

SUB14 - Problema 6

Congresso de professores



Num congresso de professores de Matemática estiveram presentes 270 participantes. Todas as conferências decorreram em três anfiteatros: A, B e C. Durante a manhã, os participantes distribuíram-se pelos três anfiteatros de acordo com os assuntos que lhes interessavam.

Na parte da tarde, metade das pessoas que estiveram de manhã no anfiteatro A passaram para o B. Um quarto das pessoas que estiveram de manhã no anfiteatro B passaram para o C. Um terço das pessoas que estiveram de manhã no anfiteatro C passaram para o A.

Apesar das mudanças, o número de pessoas que esteve em cada anfiteatro não se alterou da manhã para a tarde.

Quantos participantes estiveram em cada um dos anfiteatros?

RESOLUÇÕES DE PARTICIPANTES

O Sub14 reserva-se o direito de editar as resoluções de participantes publicadas, exclusivamente no sentido de retificar pormenores de linguagem ou de correção matemática, respeitando o processo de resolução apresentado.

Lúcia Nunes,

EB 2,3 Poeta Bernardo Passos, S. Brás de Alportel

A (o nº de pessoas tem de ser par para se poder dividir, pois não pode dar números decimais)

B (o nº é par)

C (o nº de pessoas é um nº múltiplo de 3)

Notas importantes:

Metade das pessoas de A passaram para B

1/4 das pessoas do B passaram para C

1/3 das pessoas de C passaram para A

Estas notas dão-nos informações muito importantes pois ao ir metade de A para B, o que fica em A é metade. Quando recebe 1/3 de C recupera a metade, logo conclui-se que a terça parte de C é igual a metade de A.

Metade de A = 1/3 de C

A = 2/3 de C

3/3 de C = A + metade de A

Ao ir 1/3 de C para A fica-se com 2/3 no C.

Quando se recebe 1/4 de B em C recebe-se o 1/3 de C que se tinha dado ao A.

Logo conclui-se, que:

1/4 de B = metade de A

1/4 de B + 2/3 de C = C

Agora vamos pôr números para ver se chegamos ao resultado:

A	B=(2A)	C=(A+ 1/2 A)	Total	
50	100	75	=	225 Não
60	120	90	=	270 Sim

Vamos confirmar:

A=60: a metade é 30, logo fica com 30 e saem 30

B=120: esta sala recebe 30, depois faz-se a quarta parte de 120 que é 30, logo 120-30 dá 90, fica-se com 30+90

C=90: recebe a quarta parte de B que é 30, depois dá a terça parte de 90 que é 30, logo fica com 90-30 (que deu) +30 que recebeu = 90

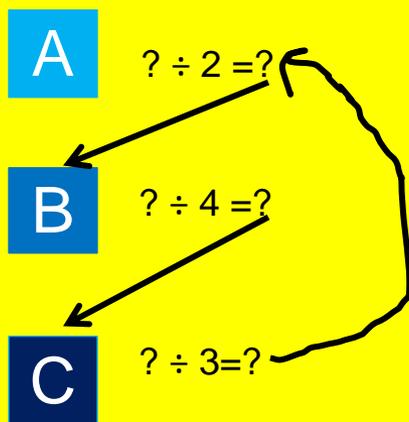
A=60: a metade é 30, logo fica com 30 e saem 30 e depois recebe os 30 de C, que dá o total de 60 pessoas na sala A.

Resposta : No anfiteatro A estiveram 60 pessoas, no B estiveram 120 e no C estiveram 90.

Katia Oliveira,

Colégio Internacional de Vilamoura, Loulé

Importante
No congresso participaram
270 professores



$$\begin{aligned} A/2 &= C/3 \\ A/2 &= B/4 \\ B/4 &= C/3 \end{aligned}$$

Tentativas

$$\begin{aligned} 60/2 &= 90/3 \\ 30 &= 30 \\ 60+90 &= 150 \\ 270-150 &= 120 \end{aligned}$$



$60/2=30$	$120/4=30$	$90/3=30$
30	90	60
$30+30=60$	$90+30=120$	$60+30=90$

Resposta: Estavam 60 no A, 120 no B e 90 no C.

Leonor Tardão,

EB 2,3 Dr. Neves Júnior, Faro

		Sala A	Sala B	Sala C	Total
Manhã	Entrados	60	120	90	270
	Saidos	30	30	30	
Tarde	Ficam	30	90	60	
	Entram	30	30	30	
	total	60	120	90	270

Como se vê na tabela, estiveram 60 pessoas no anfiteatro A, 120 no B, 90 no C. Porque são os únicos números múltiplos de 2, 3 e 4 que somados dão 270 .

Beatriz Alves,

EB 2,3 D. Martinho Castelo Branco, Portimão

$$A+B+C=270$$

Os anfiteatros ficaram como mesmo número de pessoas da manhã para a tarde, embora tenha havido alterações: metade das pessoas que estiveram de manhã no anfiteatro A passaram para o B. Um quarto das pessoas que estiveram de manhã no anfiteatro B passaram para o C. Um terço das pessoas que estiveram de manhã no anfiteatro C passaram para o A.

De manhã:

$$A/2 + A/2 = A$$

$$3B/4 + B/4 = B$$

$$2C/3 + C/3 = C$$

À tarde:

Metade das pessoas que estiveram de manhã no anfiteatro A passaram para o B, um quarto das pessoas que estiveram de manhã no anfiteatro B passaram para o C e um terço das pessoas que estiveram de manhã no anfiteatro C passaram para o A.

$$A/2 + C/3 = A$$

$$3B/4 + A/2 = B$$

$$2C/3 + B/4 = C$$

A partir disso podemos que concluir que:

- Um terço de C é igual a um meio de A - $C/3 = A/2$
- Um quarto de B é igual a um meio de A - $B/4 = A/2$

$C/3 = A/2$, porque metade de A foi para o B, deixando metade de A que depois foi completado por Um terço de C.

$B/4 = A/2$, porque um quarto de B passa para o C, deixando três quartos de B que vão ser completados com metade de A.

$$C/3 = A/2 \Leftrightarrow$$

$$2C/6 = 3A/6 \Leftrightarrow$$

$$2C = 3A \Leftrightarrow$$

$$2C/2 = 3A/2 \Leftrightarrow$$

$$\underline{C = 3A/2}$$

$$B/4 = A/2 \Leftrightarrow$$

$$B/2 = A \Leftrightarrow$$

$$\underline{B = 2A}$$

$$A+B+C=270$$

$$A + 2A + 3A/2 = 270 \Leftrightarrow$$

$$3A + 3A/2 = 270 \Leftrightarrow$$

$$6A/2 + 3A/2 = 270 \Leftrightarrow$$

$$9A = 540 \Leftrightarrow$$

$$9A/9 = 540/9 \Leftrightarrow$$

$$\underline{A = 60}$$

$$C = 3A/2 \Leftrightarrow$$

$$C = (3 \times 60):2 \Leftrightarrow$$

$$C = 180:2 \Leftrightarrow$$

$$\underline{C = 90}$$

$$B = 2A \Leftrightarrow$$

$$B = 2 \times 60 \Leftrightarrow$$

$$\underline{B = 120}$$

RESPOSTA: No anfiteatro A estiveram 60 participantes; no anfiteatro B estiveram 120 participantes e no anfiteatro C estiveram 90 participantes.

Maria Sofia Canas,

Agrupamento de Escolas do Bonfim, Portalegre

Resolução do problema número 6



Anfiteatro	Nº de participantes de manhã	Nº de participantes da tarde
A	x	$\frac{x}{2} + \frac{z}{3}$
B	y	$\frac{3y}{4} + \frac{x}{2}$
C	z	$\frac{2z}{3} + \frac{y}{4}$

Justificação do nº de participantes em cada anfiteatro da parte da tarde:

- No anfiteatro A ficam metade das pessoas que lá estavam de manhã e um terço das pessoas que estavam no anfiteatro C na parte da manhã;
- No anfiteatro B ficam três quartos das pessoas que lá estavam de manhã e metade das pessoas que estavam, de manhã, no anfiteatro A;
- No anfiteatro C ficam dois terços das pessoas que lá estavam na parte de manhã e um quarto das pessoas que estavam no anfiteatro B de manhã.

Como o nº de pessoas em cada anfiteatro não se modificou da parte da manhã para a parte da tarde, conclui que:

- $\frac{1x}{2} = \frac{1z}{3}$ pois $\frac{1z}{3}$ ocupa o espaço de $\frac{1x}{2}$;
- $\frac{1x}{2} = \frac{1y}{4}$ pois $\frac{1y}{4}$ é ocupado por $\frac{1x}{2}$;
- Logo $\frac{1y}{4} = \frac{1z}{3}$.

Assim que conclui que os anfiteatros são constituídos por um número diferente de partes iguais:

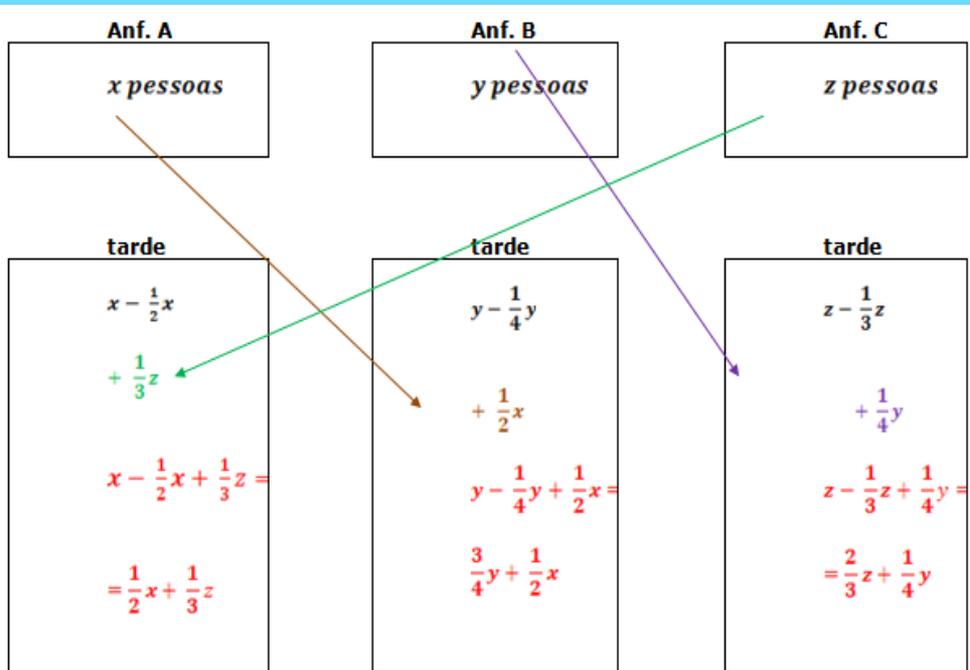
- O anfiteatro A é constituído por 2 partes;
- O anfiteatro B é constituído por 4 partes;
- O anfiteatro C é constituído por 3 partes.

Se somarmos todas as partes obtemos um total de 9 partes. Então se dividirmos 9 pelos 270 participantes concluímos que cada parte tem 30 participantes. Logo se multiplicarmos 30 pelo nº de partes de cada anfiteatro obtemos o nº de participantes em cada anfiteatro:

- No anfiteatro A estiveram 60 participantes;
- No anfiteatro B estiveram 120 participantes;
- No anfiteatro C estiveram 90 participantes.

Mariana Dores e João Real,

EB 2,3 Dr. António Francisco Colaço, Castro Verde



$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}z \\ y = \frac{3}{4}y + \frac{1}{2}x \\ z = \frac{2}{3}z + \frac{1}{4}y \\ x + y + z = 270 \end{cases} \quad \begin{cases} x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{3}z \rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{1}{3}z \rightarrow x = \frac{2}{3}z \\ y - \frac{3}{4}y = \frac{1}{2}x \rightarrow \frac{1}{4}y = \frac{1}{2}x \rightarrow y = \frac{4}{2}x \rightarrow y = 2x \\ z - \frac{2}{3}z = \frac{1}{4}y \rightarrow \frac{1}{3}z = \frac{1}{4}y \rightarrow z = \frac{3}{4}y \end{cases}$$

$x + y + z = 270$ $\frac{2}{3}z + 2x + \frac{3}{4}y = 270$ $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}x + 2x + \frac{3}{4} \times 2x = 270$ $x + 2x + \frac{3}{2}x = 270$	$3x + \frac{3}{2}x = 270$ $6x + 3x = 2 \times 270$ $9x = 540$ $x = 540 \div 9 = 60$ $y = 2x = 2 \times 60 = 120$ $z = \frac{2}{3}x = \frac{2}{3} \times 60 = 90$	$60 + 120 + 90 = 270$ R: No anfiteatro A estiveram 60 pessoas; no B, 120 pessoas e no anfiteatro C, 90 pessoas.
--	---	---

Constança Castro, Ana Carolina Rodrigues e Milene Silva

Colégio Internacional de Vilamoura, Loulé

Ou seja:

$$a = \frac{a}{2} + \frac{c}{3} \Leftrightarrow a - \frac{a}{2} = \frac{c}{3} \Leftrightarrow \frac{a}{2} = \frac{c}{3} \Leftrightarrow a = 2 \times \frac{c}{3}$$

$$b = \frac{3b}{4} + \frac{a}{2} \Leftrightarrow b - \frac{3b}{4} = \frac{a}{2} \Leftrightarrow \frac{b}{4} = \frac{a}{2} \Leftrightarrow b = 4 \times \frac{a}{2}$$

$$c = \frac{2}{3}c + \frac{b}{4} \Leftrightarrow c - \frac{2}{3}c = \frac{b}{4} \Leftrightarrow \frac{c}{3} = \frac{b}{4} \Leftrightarrow c = 3 \times \frac{b}{4}$$

Depois para descobrir cada letra eu fiz:

$$a + 2a + 3 \frac{(2a)}{4} = 270 \Leftrightarrow a + 2a + \frac{6}{4}a = 270 \Leftrightarrow$$

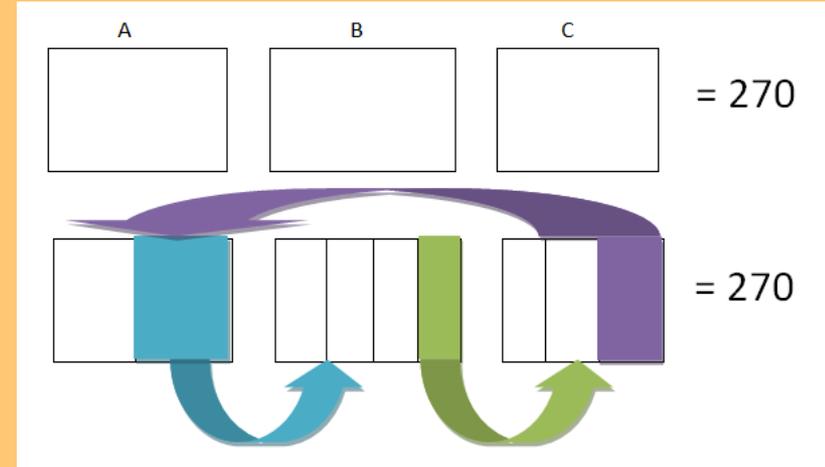
$$\Leftrightarrow \frac{4a}{4} + \frac{8a}{4} + 4 \frac{(6a)}{4} = \frac{1080}{4} \Leftrightarrow 4a + 8a + 6a = 1080 \Leftrightarrow 18a = 1080 \Leftrightarrow a = 60$$

Assim que descobri o “a”, para descobrir as outras letras substituí nas expressões o “a” por 60 que é o seu valor.

$$b = 2 \times 60 \Leftrightarrow b = 120$$

$$c = 3 \times \frac{120}{4} \Leftrightarrow c = 90$$

R: No anfiteatro A estiveram 60 pessoas, no anfiteatro B estiveram 120 e no anfiteatro C estiveram 90 pessoas.



Roman Babynyuk,

EB 2,3 Dr. António da Costa Contreiras, Armação de Pera

Retirei isto do enunciado do problema:

$$\frac{1}{2}A \rightarrow B$$

$$\frac{1}{4}B \rightarrow C$$

$$\frac{1}{3}C \rightarrow A$$

Seguidamente, com os dados construí a seguinte tabela:

Anfiteatro	A	B	C	Total
Manhã	x	y	z	270
Tarde	$\frac{z}{3} + \frac{x}{2}$	$\frac{x}{2} + \frac{3y}{4}$	$\frac{y}{4} + \frac{2z}{3}$	270
Equação	$\frac{z}{3} + \frac{x}{2} = x$	$\frac{x}{2} + \frac{3y}{4} = y$	$\frac{y}{4} + \frac{2z}{3} = z$	

Vamos agora resolver as equações.

$$\frac{z}{3} + \frac{x}{2} = x \Leftrightarrow \frac{2z + 3x}{6} = \frac{6x}{6} \Leftrightarrow 2z + 3x = 6x \Leftrightarrow 2z = 3x \Leftrightarrow z = 1.5x$$

$$\frac{x}{2} + \frac{3y}{4} = y \Leftrightarrow \frac{2x + 3y}{4} = \frac{4y}{4} \Leftrightarrow 2x + 3y = 4y \Leftrightarrow y = 2x$$

Tendo estes dois valores, resolvemos agora a equação principal:

$$x + 2x + 1.5x = 270 \Leftrightarrow 3x + 1.5x = 270 \Leftrightarrow 4.5x = 270 \Leftrightarrow x = 60$$

Portanto,

A: $x = 60$

B: $y = 120$

C: $z = 90$

Assim sendo, estiveram, na parte da manhã, 60 pessoas no anfiteatro A, 120 no B, e 90 pessoas no anfiteatro C.

Catarina Macedo,

EB 2,3 de Santiago Maior, Beja

→ significa “mudaram-se para o”

$\frac{1}{2} \times$ pessoas no anfiteatro A → anfiteatro B

$\frac{1}{4} \times$ pessoas no anfiteatro B → anfiteatro C

$\frac{1}{3} \times$ pessoas no anfiteatro C → anfiteatro A

"A" é o número de pessoas que estiveram no anfiteatro A

"B" é o número de pessoas que estiveram no anfiteatro B

"C" é o número de pessoas que estiveram no anfiteatro C

Anfiteatro A:

$$\frac{1}{2}A + \frac{1}{3}C = A$$

Anfiteatro B:

$$\frac{1}{2}A + \frac{3}{4}B = B$$

Anfiteatro C:

$$\frac{2}{3}C + \frac{1}{4}B = C$$

Observações:

$$\frac{1}{3}C = \frac{1}{2}A$$

$$A = \frac{2}{3}C$$

$$\frac{1}{4}B = \frac{1}{3}C$$

$$B = \frac{4}{3}C$$

$$A + B + C = 270$$

$$\frac{2}{3}C + \frac{4}{3}C + C = 270$$

$$270 = 3C$$

$$7 \div 3 = 90$$

$$C = 90$$

$$A = \frac{2}{3} \times 90 = \frac{180}{3} = 60$$

$$B = \frac{4}{3} \times 90 = \frac{360}{3} = 120$$

R: No anfiteatro A estiveram 60 pessoas,
no B estiveram 120 e no C estiveram 90.

João Rafael Filipe,

EB 2,3 Pedro Nunes, Alcácer do Sal

Dados

Nº de participantes = 270

Anfiteatros A,B e C

Manhã

Distribuição dos participantes pelos anfiteatros

Anfiteatro	Nº de participantes
A	x
B	y
C	z

$$x + y + z = 270$$

Tarde

Distribuição dos participantes pelos anfiteatros

Anfiteatro	Nº de participantes
A	$\frac{1}{2} x + \frac{1}{3} z = x$
B	$\frac{3}{4} y + \frac{1}{2} x = y$
C	$\frac{2}{3} z + \frac{1}{4} y = z$

Resolução

$$(1) \quad x + y + z = 270$$

$$(2) \quad \frac{1}{2} x + \frac{1}{3} z = x$$

$$(3) \quad \frac{3}{4} y + \frac{1}{2} x = y$$

$$(4) \quad \frac{2}{3} z + \frac{1}{4} y = z$$

de (2) e (3) temos que $\frac{1}{2} x = \frac{1}{3} z$ logo $x = \frac{2}{3} z$

de (3) e (4) temos que $\frac{1}{4} y = \frac{1}{3} z$ logo $y = \frac{4}{3} z$

Resolvendo a equação (1) em ordem a z

$$x + y + z = 270$$

$$\frac{2}{3} z + \frac{4}{3} z + z = 270$$

$$\frac{9}{3} z = 270$$

$$z = 90$$

Como $y = \frac{4}{3} z$ então $y = 120$

Como $x = \frac{2}{3} z$ então $x = 60$

R: No anfiteatro A estiveram 60 participantes, no anfiteatro B estiveram 120 e no anfiteatro C estiveram 90.

Joana Azevedo,

EB/S Gil Eanes, Lagos

No Anfiteatro A estiveram 60 profs., no B estiveram 120 profs., e no C estiveram 90.

Eu em primeiro lugar descobri qual era a terça parte de 270, que é 90. Depois coloquei no anfiteatro C que estiveram lá 90 profs., logo em seguida descobri a terça parte de 90 que é 30 e retirei 30 profs. ao anfiteatro C e coloquei no anfiteatro A. No instante seguinte vi que para ficar o mesmo número de profs. da parte da tarde do anfiteatro C faltavam 30 profs. para os 90 e reparei que os 30 que faltavam era a quarta parte do anfiteatro B (que iriam para o anfiteatro C na parte da tarde).

Entretanto multipliquei $4 * 30$ para saber o total de profs. do anfiteatro B que é 120, depois somei 120 mais os 90 e subtrai o resultado a 270, que deu 60, que é o total de profs. do anfiteatro A.

270 profs.

Anfiteatro	PM	PT
A	60	60
B	120	120
C	90	90

*Daniel Lacão, Rodrigo Faria e Rodrigo Conceição,
Colégio Internacional de Vilamoura, Loulé*

Dados e a sua interpretação

- 270 professores foram a um congresso

- Essas conferências foram realizadas em 3 salas... e a um determinado momento... à tarde... alguns mudaram de salas

Da sala A _____ $1/2$ foram para a sala B

Da sala B _____ $1/4$ foram para a sala C

Da sala C _____ $1/3$ foram para a sala A

Vamos a isto... não temos a certeza mas a nosso ver... este problema é, até certo ponto... fácil.

■ □ $1/2$ __ 2 quadrados

■ □ □ □ $1/4$ __ 4 quadrados

■ □ □ $1/3$ __ 3 quadrados

No total obtemos 9 quadrados então só nos resta realizar uma conta:

$270:9 = 30$ {ou seja... cada quadrado anterior corresponde a 30 pessoas}

Com isto concluímos que:

a sala A tinha 60

a sala B tinha 120

a sala C tinha 90

Obrigado!!

Esperamos que esteja correto ✓ mas de qualquer forma se não estiver vamos continuar a tentar.... Obrigado por tudo.